



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ - 17 februarie 2018**

**Clasa a V a**

**Barem de corectare și notare**

**Problema 1**

a)  $a = 2018 \cdot 2017 + 2018 = 2018 \cdot (2017 + 1) = 2018^2$  ..... **1p**

$b = (3^{201} : 3^{100} + 1) : (2^{50} : 2^{50} + 3^{101}) + 27 = 1 + 27 = 28 \Rightarrow U(b) = b \Rightarrow b$  nu este pătrat perfect..... **1p**

b)  $\overline{abc} = 2 \cdot \overline{cba} + 100, 100 < \overline{cba}, a \neq 0, c \neq 0$  (1) ..... **1p**

$a - c = 4 \Rightarrow a = c + 4$

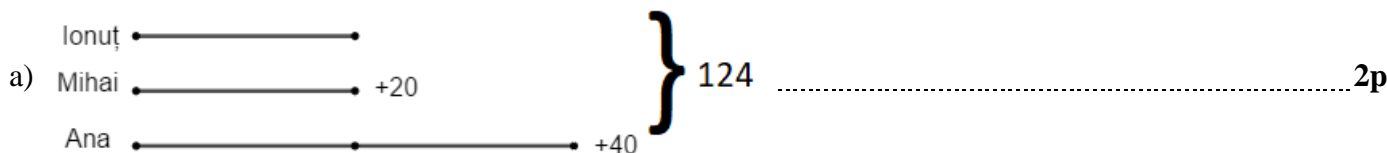
(1)  $\Rightarrow \overline{abc} - par \Rightarrow c$  poate fi 2, 4, 6 sau 8..... **1p**

- $c = 2 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow \overline{6b2} = 2 \cdot \overline{2b6} + 100 \Rightarrow b = 9 \Rightarrow \overline{abc} = 692$  ..... **1p**

- $c = 4 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow \overline{8b4} = 2 \cdot \overline{4b8} + 100 \Rightarrow 804 = 10b + 916$  ”nu convine” ..... **1p**

- $c = 6 \Rightarrow a = 10, c = 8 \Rightarrow a = 12$  care nu convin ..... **1p**

**Problema 2**



Suma lui Ionuț:  $[124 - (20 + 40)] : 4 = 16(lei)$  ..... **1p**

Suma lui Mihai:  $16 + 20 = 36(lei)$  ..... **1p**

Suma Anei:  $2 \cdot 16 + 40 = 72(lei)$  ..... **1p**

b)  $a = 5$  ..... **2p**

**Problema 3**

a)  $5^1 + 5^2 + 5^3 = 155$  ..... **1p**

$5^2 + 5^3 + 5^4 = 775$  ..... **1p**



b)  $(5^1 + 5^2 + 5^3) + \dots + (5^{2016} + 5^{2017} + 5^{2018}) + (5^{2017} + 5^{2018} + 5^{2019}) = \dots$  **1p**

$= 5 \cdot (5^0 + 5^1 + 5^2) + 5^2 \cdot (5^0 + 5^1 + 5^2) + \dots + 5^{2017} \cdot (5^0 + 5^1 + 5^2) \dots$  **1p**

$= (5^0 + 5^1 + 5^2) \cdot (5 + 5^2 + \dots + 5^{2017}) = 31 \cdot (5 + 5^2 + \dots + 5^{2017}) : 31 \dots$  **1p**

c)  $x = 5^a + 5^{a+1} + 5^{a+2} = 31 \cdot 5^a$ ,  $y = 5^b + 5^{b+1} + 5^{b+2} = 31 \cdot 5^b$ ,  $z = 5^c + 5^{c+1} + 5^{c+2} = 31 \cdot 5^c$ , a,b,c sunt trei numere naturale nenule..... **1p**

Atunci produsul a două dintre acestea:  $x \cdot y = 31^2 \cdot 5^{a+b}$ ,  $x \cdot z = 31^2 \cdot 5^{a+c}$ ,  $y \cdot z = 31^2 \cdot 5^{b+c}$ .

Cum a,b,c sunt numere naturale, atunci ele sunt pare sau impare; deci există două a căror sumă este pară și atunci produsul a două numere 5-puternice este pătrat perfect. .... **1p**





**Notă:**

- *Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.*
- *Nu se acordă fracțiuni de punct.*
- *Se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.*