OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ- 17 februarie 2018

Clasa a VII-a

<u>Subiectul I</u>

a) Arătați că:

$$\frac{4}{n(n+2)(n+4)} = \frac{1}{n(n+2)} - \frac{1}{(n+2)(n+4)}$$, unde $n \in \mathbb{N}^*$

b) Calculați:

$$\frac{1}{2\cdot4\cdot6} + \frac{1}{4\cdot6\cdot8} + \cdots + \frac{1}{96\cdot98\cdot100}$$

Barem de corectare:

a) $\frac{4}{n(n+2)(n+4)} = \frac{(n+4)-n}{n(n+2)(n+4)} =$ 1p

$= \frac{n+4}{n(n+2)(n+4)} - \frac{n}{n(n+2)(n+4)} =$

$= \frac{1}{n(n+2)} - \frac{1}{(n+2)(n+4)}$ 1p

b) $\frac{1}{2\cdot4\cdot6} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2\cdot4} - \frac{1}{4\cdot6}\right)$

$\frac{1}{4\cdot6\cdot8} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\cdot6} - \frac{1}{6\cdot8}\right)$

....

$\frac{1}{96\cdot98\cdot100} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{96\cdot98} - \frac{1}{98\cdot100}\right)$ 2p

$\frac{1}{2\cdot4\cdot6} + \frac{1}{4\cdot6\cdot8} + \cdots + \frac{1}{96\cdot98\cdot100} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2\cdot4} - \frac{1}{98\cdot100}\right) =$ 2p

$= \frac{153}{4900}$ 1p

Subiectul II

Dacă este adevărată relația

$\sqrt{2017^2 + 2017^2 + \cdots + 2017^2} = 2017^2 + 2017^2 + 2017^2 + 2017^2$,

câte numere 2017^2 avem sub radical?

Barem de corectare:

$\sqrt{n \cdot 2017^2} = 4 \cdot 2017^2$ 2p

$2017\sqrt{n} = 4 \cdot 2017^2$ 2p

$\sqrt{n} = 4 \cdot 2017$ 1p

$n = 4^2 \cdot 2017^2$. Sub radical sunt $16 \cdot 2017^2$ numere. 2p

Str. 1 Decembrie nr.5, Cod 420080, Bistrița, Jud. B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro

Subiectul III

În triunghiul isoscel ABC, AB=AC, AD și BE sunt înălțimi, $D \in (BC)$, $E \in (AC)$, iar [CF] este mediană, $F \in (AB)$.

c) Verificați dacă laturile trunghiului pot avea lungimile $AB = (2\sqrt{3} - 1)cm$ și $BC = (\sqrt{3} + 2)cm$;

d) Dacă $AB = (2\sqrt{3} - 1)cm$ și $BC = (\sqrt{3} + 2)cm$, să se determine perimetrul triunghiului DEF.

Barem de corectare:

a) AB < AC + BC

$2\sqrt{3} - 1 < 2\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 2$

$\sqrt{3} + 2 > 0$ „A” 1p

AC < AB + BC

$\sqrt{3} + 2 > 0$ „A” 1p

BC < AB + AC

$\sqrt{3} + 2 < 4\sqrt{3} - 2$

$4 < 3\sqrt{3}$

16 < 27 „A” 1p

b) $\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{l} AB = AC \\ AD \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow D \text{ mijlocul lui } [BC] \\ [CF] \text{ mediană} \end{array}\right\} \Rightarrow [DF] \text{ linie mijlocie în } \Delta\text{ABC} \Rightarrow \text{DF} = \frac{\text{AC}}{2}$ 1p

$\left.\begin{array}{r} \Delta BEC \text{ dreptunghic în E} \\ [\text{ED}] \text{ mediană} \end{array}\right\} \Rightarrow ED = \frac{BC}{2}$ 1p

$\left.\begin{array}{r} \Delta BEA \text{ dreptunghic în E} \\ [\text{EF}] \text{ mediană} \end{array}\right\} \Rightarrow EF = \frac{AB}{2}$ 1p

$P_{\Delta DEF} = \frac{AB+AC+BC}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} cm$ 1p