OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ- 17 februarie 2018

Clasa a VIII-a

1. Să se determine numerele reale x, y, z, care verifică inegalitatea

$$\frac{x+y+z}{2}+7 \le 2\sqrt{x}+3\sqrt{y-1}+\sqrt{z+1}.$$

2. In rombul ABCD $m(\sphericalangle BAD)=120^\circ$, iar AC=6cm. De o parte şi de cealaltă parte a planului ABC se iau punctele P şi Q, $PA\perp(ABC)$ şi $CQ\perp(ABC)$, PA = CQ şi DQ=$6\sqrt{2}$ cm.

a) Determinaţi măsura unghiului dintre dreptele CQ şi PB;

b) Demonstraţi că patrulaterul PBQD este romb.

3. Se consideră suma $S=\frac{1^2}{1\cdot 3}+\frac{2^2}{3\cdot 5}+\frac{3^2}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1008^2}{2015\cdot 2017}$

a) Arătaţi că pentru orice $k\in N^*$ are loc egalitatea:

$$\frac{k^2}{4k^2-1}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k+1}\right);$$

b) Calculaţi suma S;

c) Determinaţi partea întreagă a numărului real S .

Notă:

- *Timp de lucru 3 ore.*
- *Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

Str. 1 Decembrie nr.5, Cod 420080, Bistrița, Jud. B-N
Tel: +40 (0)263 213529
Fax: +40 (0)263 216654
www.isjbn.ro